INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA
DIVISÃO DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECATRÔNICA
MPS-43: SISTEMAS DE CONTROLE

Lista de Exercícios 11

Prof. *Davi* Antônio dos Santos

1. Seja um sistema dinâmico modelado em espaço de estados por

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x.$$

   a. Considerando que os estados verdadeiros x estejam disponíveis para medição, projete um regulador $u = -Kx$ por alocação de polos de forma que o sistema, em malha fechada, tenha seus polos posicionados em $s_{c,1} = -3 + j$, $s_{c,2} = -3 - j$ e $s_{c,3} = -10$.

   b. Projete um observador de Luenberger de forma que a dinâmica do seu erro de estimação seja regida por polos $s_{o,1} = -20$, $s_{o,2} = -20$ e $s_{o,3} = -20$.

2. Seja um sistema dinâmico modelado em espaço de estados por

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$

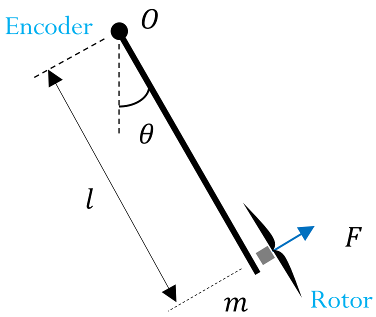
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x.$$

   a. Projete um regulador $u = -Kx$ por alocação de polos de forma que, sob uma condição inicial $x(0) = [-1 \quad 0]^{\mathrm{T}}$, o sistema em malha fechada tenha uma resposta $y(t)$ com $M_p = 20\%$ e $t_p = 1$ s. Usando o Simulink, simule o sistema projetado considerando que a planta parta da condição inicial $x(0) = [-1 \quad 0]^{\mathrm{T}}$. Apresente a resposta $y(t)$ obtida na simulação.

   b. Projete um observador de Luenberger de forma que a dinâmica do seu erro de estimação tenha os polos $s_{o,1} = -10$ e $s_{o,2} = -10$. Usando o Simulink, simule o sistema projetado considerando uma entrada $u(t) = \sin 0{,}1t$ e uma condição inicial $x(0) = [-1 \quad 0]^{\mathrm{T}}$. Inicialize o observador em $\hat{x}(0) = [0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$. Apresente as respostas de $x(t)$ e $\hat{x}(t)$ no mesmo gráfico para facilitar a comparação.

   c. Considerando a lei de controle projetada em *a* e o observador de estados projetado em *b*, simule, em Simulink, o sistema de controle com um regulador por realimentação de estados observados, *i.e.*, $u = -K\hat{x}$. Apresenta a resposta $y(t)$ obtida na simulação.

3. Seja o aeropêndulo ilustrado na figura abaixo. Esse sistema apresenta um grau de liberdade, em θ, controlado pela força de empuxo F do rotor. Considere $l = 0{,}5$ m e $m = 0{,}1$ kg e que a massa esteja concentrada no rotor.



a. Obtenha a equação de movimento da planta em questão.

b. Obtenha o modelo não linear em espaço de estados considerando as definições $x_1 \triangleq \theta$, $x_2 \triangleq \dot{\theta}$, $y \triangleq \theta$ e $u \triangleq F$.

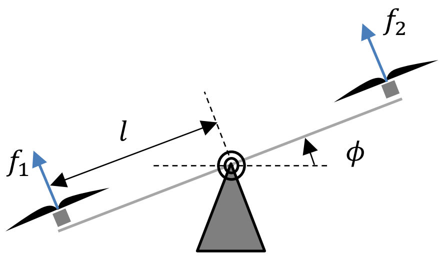
c. Obtenha o modelo linearizado por truncamento de série de Taylor em torno do estado constante $\bar{x} = [\bar{x}_1 \quad 0]^{\mathrm{T}}$. Considere $\bar{x}_1 = 60$ graus.

d. Projete um regulador $\delta u = -K\delta x$ para manter o sistema em torno de $\bar{x}_1$ com uma dinâmica regida por polos posicionados em $s_{c,1} = -3$ e $s_{c,2} = -3$.

e. Considerando que o sistema opere nas proximidades de $\bar{x}_1$, projete um observador de Luenberger de forma que a dinâmica do erro de estimação tenha polos em $s_{o,1} = -10$ e $s_{o,2} = -10$.

f. Desenhe o diagrama de blocos do sistema em malha fechada considerando a lei de controle por realimentação de estados observados $\delta u = -K\widehat{\delta x}$, onde K é o ganho de realimentação calculado em *d* e $\widehat{\delta x}$ representa a estimativa fornecida pelo observador de estados projetado em *e*.

4. Seja a aerogangorra ilustrada na figura abaixo. Esse aparato tem um grau de liberdade, em ϕ, que pode ser controlado pelas forças de empuxo f_1 e f_2 dos rotores. Considere que a sua massa esteja toda concentrada nos rotores. Denote a massa de cada rotor por m. Considere a existência de uma mola torcional de coeficiente k, montada no ponto de articulação. Considere que a haste da gangorra tenha comprimento total $2l$ e seja articulada em seu ponto médio. Denote o momento de inércia do aparato em relação ao ponto de articulação por J.



a. Obtenha a equação de movimento do sistema em questão.

b. Obtenha um modelo em espaço de estados considerando as definições $x = [x_1 \; x_2]^T$, $x_1 \triangleq \phi$, $x_2 \triangleq \dot{\phi}$, $y \triangleq \phi$ e $u \triangleq f_2 - f_1$.

c. Projete um controlador rastreador $u = -Kx + N\bar{\phi}$ para fazer a saída do sistema: 1) convergir para $\bar{\phi}$ (constante) com uma dinâmica regida pelos autovalores λ_1^c e λ_2^c; e 2) apresentar um erro em regime permanente nulo.

d. Projete um observador de Luenberger de forma que a dinâmica do erro de estimação tenha autovalores λ_1^o e λ_2^o.

e. Desenhe o diagrama de blocos do sistema em malha fechada considerando a lei de controle por realimentação de estados observados $u = -K\hat{x} + N\bar{\phi}$, onde K e N são os ganhos calculados em *c* e $\hat{x}$ representa a estimativa fornecida pelo observador de estados projetado em *d*.