INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA
DEPARTAMENTO DE MECATRÔNICA
Engenharia Mecânica-Aeronáutica
MPS-43: Sistemas de Controle

Laboratório 2: Projeto de um Controlador PD para a Dinâmica de Arfagem de um Satélite Usando o LGR

Nomes: ____

____

Objetivos: Esta aula prática tem como objetivos:

- modelar a dinâmica de atitude em um grau de liberdade (arfagem) de um satélite rígido atuado por uma roda de reação;
- projetar um controlador PD em cascata para a planta modelada usando o método do lugar geométrico das raízes (LGR);
- verificar o desempenho do sistema projetado usando simulação.

Atenção:

- escreva um *script* em MATLAB (.m) para a realização de todos os cálculos e geração dos gráficos solicitados;
- salve os gráficos, identificando-os com as questões em que foram solicitados.

1 Descrição da Planta

A planta considerada neste laboratório é um satélite artificial rígido numa órbita terrestre. Em particular, vamos focar apenas num grau de liberdade de sua dinâmica rotacional: o movimento de arfagem. A Figura 1 ilustra o satélite e o ângulo de arfagem, aqui denotado por θ.

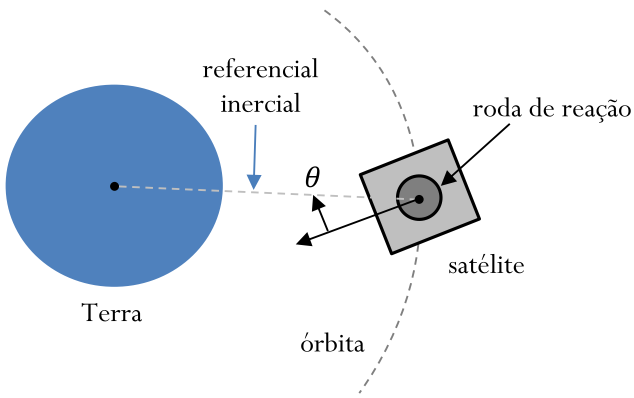

Figura 1: Ilustração de um satélite rígido em órbita terrestre.

Considere que esse satélite seja equipado com um sensor de horizonte (que fornece medidas da direção do centro da Terra) e de uma roda de reação (que atua sobre o grau de liberdade θ). A roda de reação é um atuador típico de satélites, que consiste, basicamente, num disco acoplado a um motor elétrico. O funcionamento desse atuador é baseado no princípio da conservação do *momentum* angular, pelo qual, caso não haja um torque externo agindo sobre o conjunto satélite-roda, o seu *momentum* angular total se mantém constante. Dessa forma, acionando o motor de forma a acelerá-la angularmente num sentido, caso não haja torques externos impeditivos, a estrutura principal do satélite girará no sentido contrário. O tipo de motor elétrico geralmente usado em rodas de reação é o *brushless*.

2 Modelagem Matemática

Para modelar as dinâmicas do satélite, utilizaremos:

1. a lei de Euler:

$$\sum \text{torques} = \frac{d}{dt}H, \tag{1}$$

onde H é o *momentum* angular e a derivada temporal é tomada segundo um observador fixo num referencial inercial; e

2. o fato de o torque motor τ_c de um motor elétrico de corrente contínua ser dado por:

$$\tau_r = k_\tau i, \tag{2}$$

onde i é a corrente de armadura e k_τ é o coeficiente de torque (parâmetro que pode ser obtido por ensaios e é comumente encontrado no *datasheet* do motor).

Questão 1: Usando as equações (1)–(2), desprezando o atrito e considerando que o motor seja acionado por um *drive* com controle de corrente modelado por $i = k_d u$, onde k_d é um coeficiente conhecido e u é a sua entrada, obtenha a equação de movimento da roda de reação considerando u como função forçante e a sua velocidade angular relativa ao satélite ω_r como variável dinâmica. Denote o momento de inércia da roda por J_r.

Questão 2: Usando a equação (1), denotando o torque externo resultante por τ_e e o momento de inércia da estrutura principal do satélite (sem a roda) por J_s, obtenha uma equação de movimento referente ao grau de liberdade θ da planta.

Questão 3: Usando as equações formuladas nas Questões 1 e 2, obtenha uma função de transferência para θ em termos de u.

A Tabela 1 apresenta os valores dos parâmetros físicos que devem ser adotados nesta aula.

Tabela 1: Parâmetros físicos do satélite.

Parâmetro	Símbolo	Valor
Momento de inércia do satélite	J_s	$1,00$
Momento de inércia da roda	J_r	$0,05$
Coeficiente de torque do motor	k_τ	$1,00$
Ganho do *drive*	k_d	$1,00$

Em seguida, a função de transferência obtida na Questão 3 será usada para projetar um controlador para o ângulo θ.

3 Projeto de um Controlador

Questão 4: Usando o método do lugar geométrico das raízes, projete um controlador PD para a dinâmica de arfagem, de modo que θ responda a um comando do tipo degrau unitário sem apresentar *overshoot* e com um tempo de acomodação inferior a 20 segundos. Assim como foi feito em sala de aula, formule sua solução tanto no papel, quanto num *script* MATLAB (.m). Plot e salve o LGR compensado de forma a evidenciar o cumprimento da especificação.

4 Análise e Verificação de Desempenho

Questão 5: Calcule os valores do erro em regime permanente que o sistema projetado exibiria caso submetido a entradas de comando do tipo degrau unitário e rampa unitária.

Questão 6: *(a)* Construa um diagrama Simulink para simular a planta em malha fechada com a lei de controle projetada na Questão 4. *(b)* Simule a resposta do sistema a uma entrada de comando do tipo degrau unitário e verifique se a especificação de tempo de acomodação foi atendida. *(c)* Verifique se os valores do erro em regime permanente para entradas de comando do tipo rampa e degrau unitários correspondem aos calculados na Questão 5. Salve o diagrama Simulink e os gráficos.

Por fim, com a finalidade de demonstrar o sistema de controle projetado, vamos considerar um movimento orbital geoestacionário. Vamos descrever a localização do satélite na órbita através do ângulo μ (conhecido como anomalia) ilustrado na Figura 2. Consideramos que o sistema de coordenadas $\{X, Y\}$ é uma referência inercial e que o ângulo θ (não ilustrado nessa figura) é formado entre os eixos x (do satélite) e X, no sentido positivo do eixo Y.

Considere que μ varie no tempo segundo:

$$\mu(t) = nt, \tag{3}$$

onde t é o tempo em segundos e n é a taxa de rotação da órbita, dada por

$$n = \frac{2\pi}{24 \times 60 \times 60} \approx 7,29 \times 10^{-5} \ \ \text{rad/s}.$$

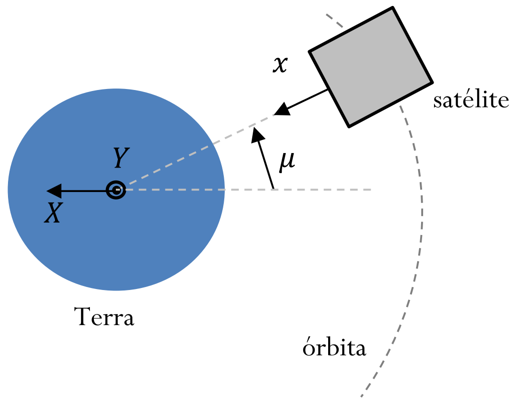

Figura 2: Movimento orbital.

Questão 7: Simule o sistema de controle projetado usando um comando de arfagem $\bar{\theta}$ que tenha por objetivo manter o eixo x do satélite apontando para o centro da Terra. Visualize o resultado na na animação disponibilizada pelo professor.

5 Conclusão

Questão 8: Escreva uma conclusão que, de forma direta e sucinta, aponte o que você aprendeu nesta aula prática e qual a relação desses conceitos com o escopo da disciplina MPS-43.