



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA-AERONÁUTICA

MPS-43: SISTEMAS DE CONTROLE

IX. PROJETO DE SISTEMAS DE CONTROLE USANDO
MÉTODOS DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

Prof. Davi Antônio dos Santos (davists@ita.br)

Departamento de Mecatrônica

<http://www.professordavisantos.com> — [courses/MPS-43](#)

Outubro/2019
São José dos Campos

Sumário

IX. PROJETO USANDO MÉTODOS DE RF

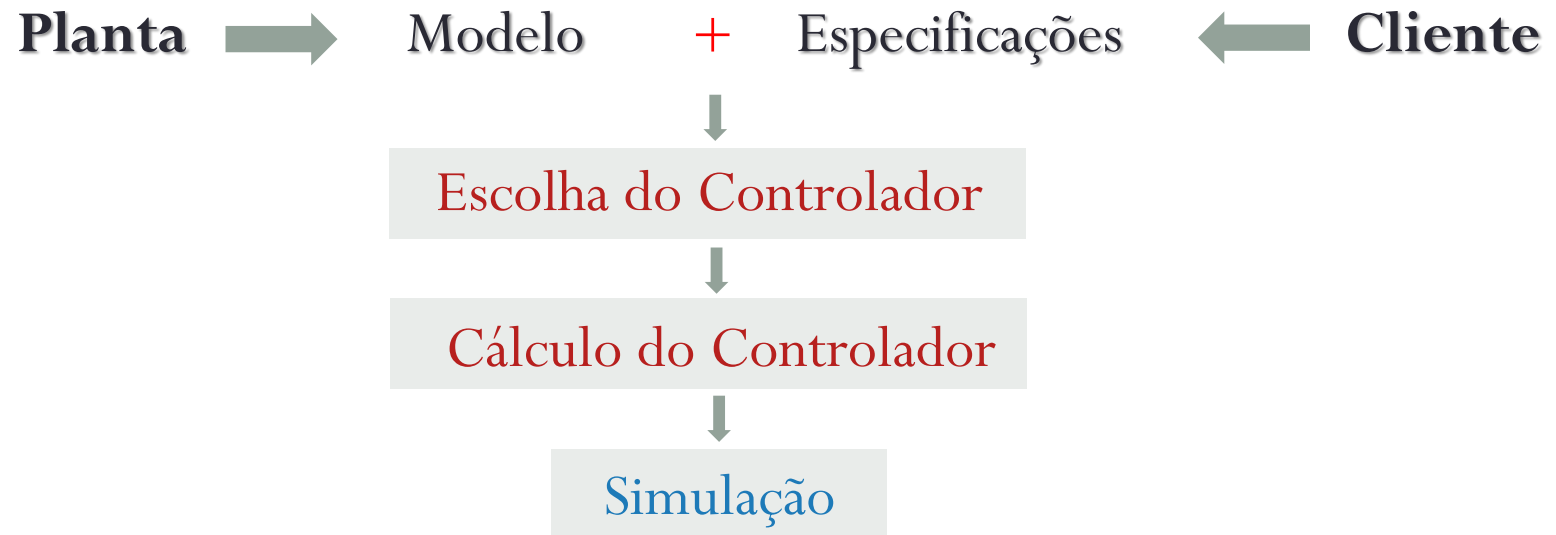
IX.1. Introdução

IX.2. Características de Controladores

IX.3. Problemas

IX.1. Introdução

Metodologia de Projeto:



IX.1. Introdução

Considerações:

Neste capítulo, consideraremos que:

1. O modelo da planta e as especificações de desempenho sejam dados;
2. A realimentação seja unitária;
3. A estrutura da malha de controle seja do tipo cascata.

IX.1. Introdução

Especificações:

Para fins de **especificação de desempenho**, em geral serão empregadas as seguintes figuras de mérito:

- Regime Transitório: μ_f, μ_g
- Regime Permanente: $\kappa_p, \kappa_v, \kappa_a$

IX.1. Introdução

Fórmulas úteis:

$$|G(j\omega_{cg})| = 1$$

$$\angle G(j\omega_{cf}) = \pm 180^\circ$$

$$\mu_f \triangleq 180^\circ + \angle G(j\omega_{cg})$$

$$\mu_{g,dB} \triangleq 20 \log \frac{1}{|G(j\omega_{cf})|}$$

$$M_r = |M(j\omega_r)| = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2}$$

$$BP = \omega_n \sqrt{(1-2\zeta^2) + \sqrt{2-4\zeta^2+4\zeta^4}}$$

IX.2. Características de Controladores

IX.2.1. Controlador Avançador de Fase (LEAD)

O controlador/compensador **LEAD** tem **FT**

$$C(s) = k_c \frac{s + b_c}{s + a_c}, \quad b_c < a_c$$

A correspondente **FTS** é

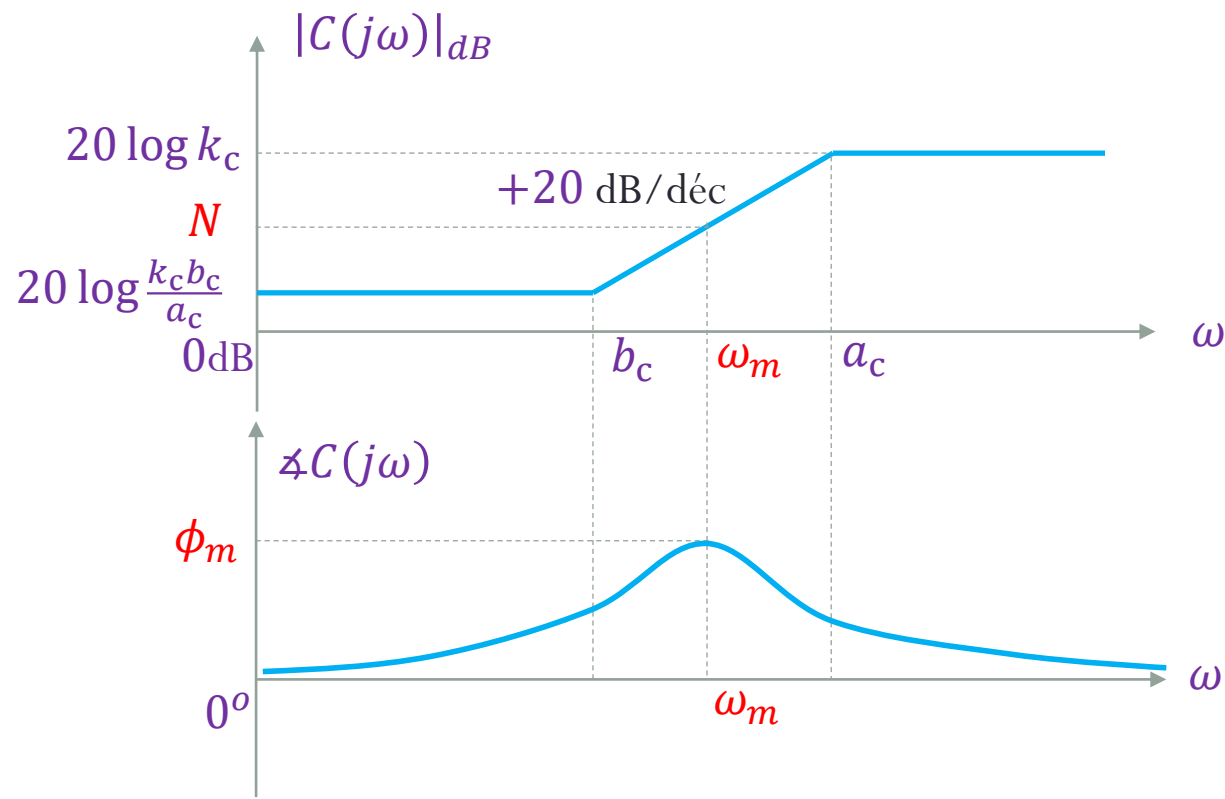
$$C(j\omega) = \frac{k_c b_c j\omega/b_c + 1}{a_c j\omega/a_c + 1}$$

cujos **módulo** e **fase** são

$$|C(j\omega)| = k_c \sqrt{\frac{\omega^2 + b_c^2}{\omega^2 + a_c^2}} \quad \angle C(j\omega) = \tan^{-1} \frac{\omega}{b_c} - \tan^{-1} \frac{\omega}{a_c}$$

IX.2. Características de Controladores

Diagrama de Bode:



IX.2. Características de Controladores

Cálculo de ω_m e N :

Da figura anterior, temos

$$\log \omega_m = \frac{\log a_c + \log b_c}{2}$$

donde,

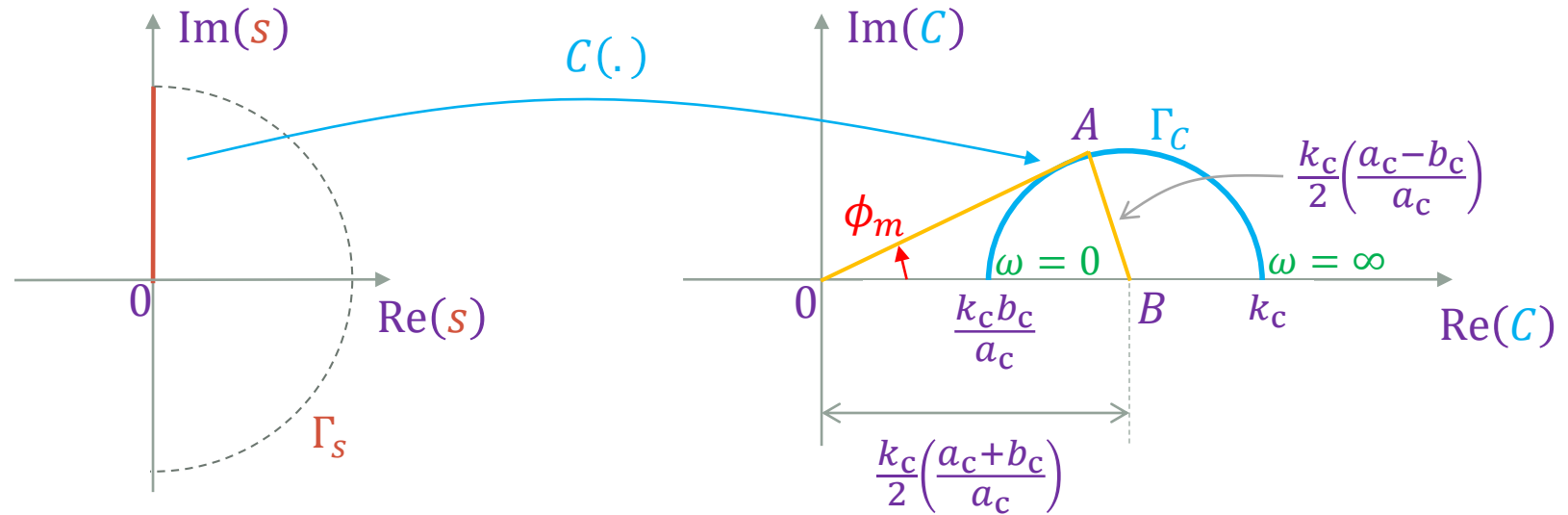
$$\omega_m = \sqrt{a_c b_c} \quad (1)$$

Substituindo $\omega = \omega_m$ em $|C(j\omega)|$, obtemos

$$N = 20 \log k_c \sqrt{\frac{b_c}{a_c}} \quad (2)$$

IX.2. Características de Controladores

Diagrama de Nyquist:



IX.2. Características de Controladores

Cálculo de ϕ_m :

Do triângulo retângulo OAB da figura anterior,

$$\sin \phi_m = \frac{\frac{k_c(a_c - b_c)}{2}}{\frac{k_c(a_c + b_c)}{2}} = \frac{a_c - b_c}{a_c + b_c},$$

donde obtém-se

$$\tilde{k} \triangleq \frac{b_c}{a_c} = \frac{1 - \sin \phi_m}{1 + \sin \phi_m} \quad (3)$$

IX.2. Características de Controladores

IX.2.2. Controlador Atrasador de Fase (LAG)

O controlador/compensador LAG tem FT

$$C(s) = k_c \frac{s + b_c}{s + a_c}, \quad a_c < b_c$$

A correspondente FTS é

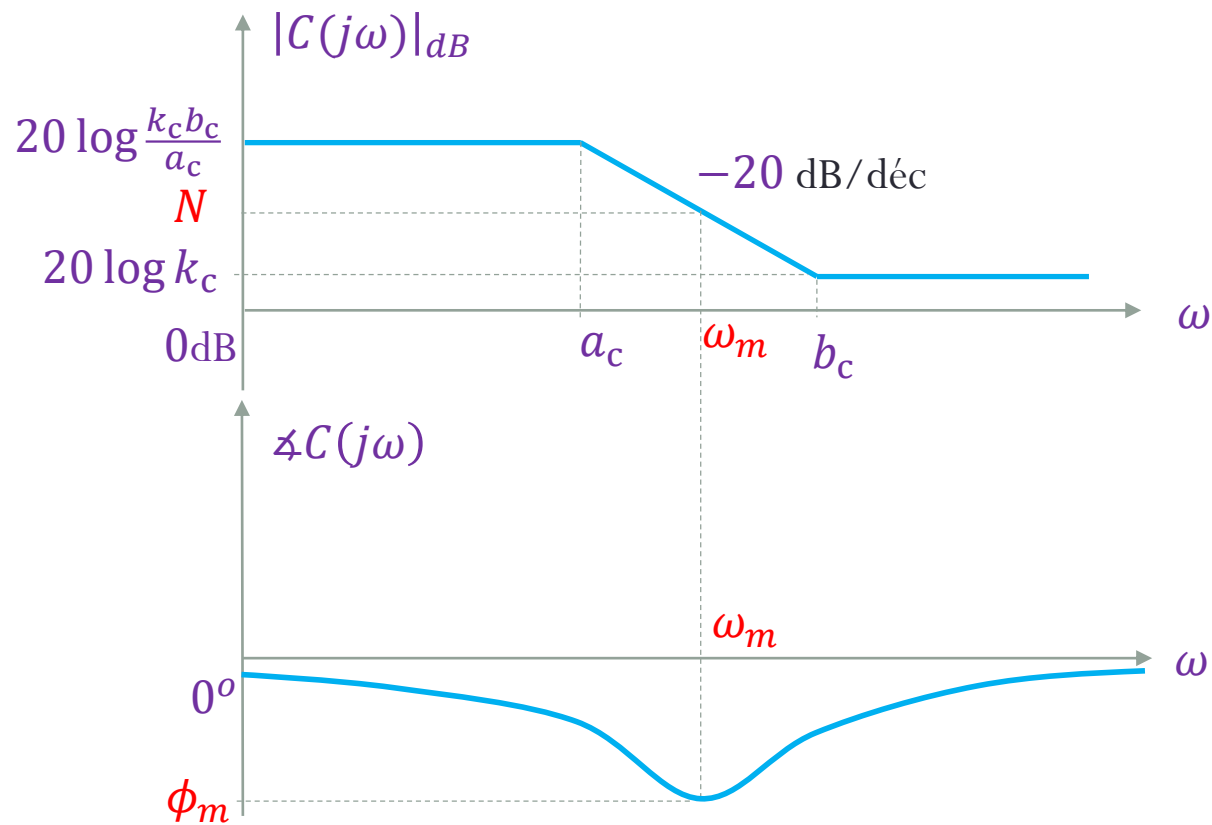
$$C(j\omega) = \frac{k_c b_c j\omega/b_c + 1}{a_c j\omega/a_c + 1}$$

cujos módulo e fase são

$$|C(j\omega)| = k_c \sqrt{\frac{\omega^2 + b_c^2}{\omega^2 + a_c^2}} \quad \angle C(j\omega) = \tan^{-1} \frac{\omega}{b_c} - \tan^{-1} \frac{\omega}{a_c}$$

IX.2. Características de Controladores

Diagrama de Bode:



IX.2. Características de Controladores

Cálculo de ω_m e N :

Da figura anterior, temos

$$\log \omega_m = \frac{\log a_c + \log b_c}{2}$$

donde,

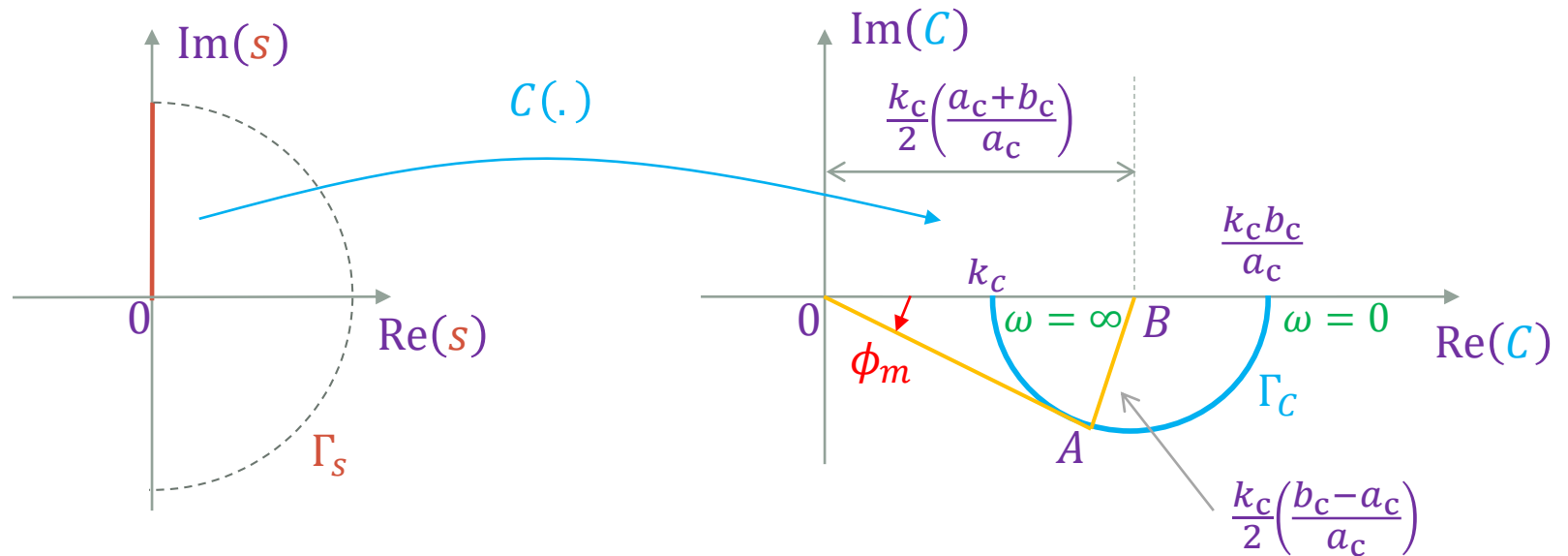
$$\omega_m = \sqrt{a_c b_c} \quad (4)$$

Substituindo $\omega = \omega_m$ em $|C(j\omega)|$, obtemos

$$N = 20 \log k_c \sqrt{\frac{b_c}{a_c}} \quad (5)$$

IX.2. Características de Controladores

Diagrama de Nyquist:



IX.2. Características de Controladores

Cálculo de ϕ_m :

Do triângulo retângulo OAB da figura anterior,

$$\sin \phi_m = \frac{\frac{k_c(b_c - a_c)}{2} \left(\frac{b_c - a_c}{a_c} \right)}{\frac{k_c(a_c + b_c)}{2} \left(\frac{a_c + b_c}{a_c} \right)} = \frac{b_c - a_c}{a_c + b_c}$$

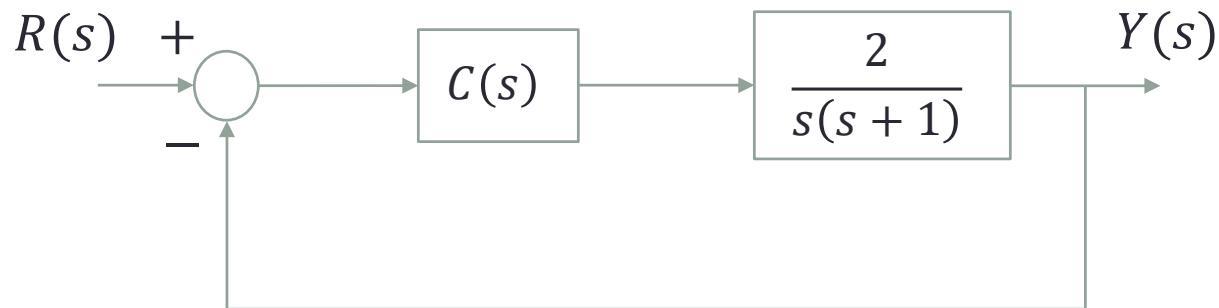
donde obtém-se

$$\tilde{k} \triangleq \frac{b_c}{a_c} = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m} \quad (6)$$

IX.3. Problemas

IX.3.1. Servomecanismo Controlado por um Controlador LEAD

Seja o sistema de controle de um servomecanismo de posição angular modelado pelo seguinte diagrama de blocos:



Projete um controlador **LEAD**:

$$C(s) = k_c \frac{s + b_c}{s + a_c}, \quad b_c < a_c$$

para que esse sistema satisfaça as especificações $\mu_{f,d} = 60^\circ$ e $\kappa_{v,d} = 20$.

IX.3. Problemas

Procedimento:

Modelo da Planta

$$G(s)$$

Especificações

$$\mu_{f,d} \text{ e } \kappa_{v,d}$$

Controlador

$$C(s) = k_c \frac{s + b_c}{s + a_c}$$

1. Calcule o **ganho de baixas frequências** do **controlador**,

$$k_{bf} \triangleq \frac{k_c b_c}{a_c}$$

de forma que a **FTMA compensada**, $C(s)G(s)$, satisfaça a especificação $\kappa_{v,d}$.

IX.3. Problemas

2. Calcule a **deficiência de fase**,

$$\delta \triangleq (\mu_{f,d} - \mu_f) + 5^\circ$$

que consiste no ângulo de avanço de fase necessário para que a **FTMA compensada**, $C(s)G(s)$, satisfaça a especificação $\mu_{f,d}$. Nessa equação, μ_f é a margem de fase de $k_{bf}G(s)$.

3. Calcule \tilde{k} ,

$$\tilde{k} \triangleq \frac{b_c}{a_c} = \frac{1 - \sin \phi_m}{1 + \sin \phi_m}$$

de maneira que $\phi_m = \delta$.

IX.3. Problemas

4. Calcule o **ganho de altas frequências** do **controlador**, k_c , usando \tilde{k} calculado no **item 3** e k_{bf} calculado no **item 1**.
5. Obtenha a **nova frequência de cruzamento de ganho** usando

$$\omega_{cg}^n = \{ \omega : |G(j\omega)|_{dB} = -N \}$$

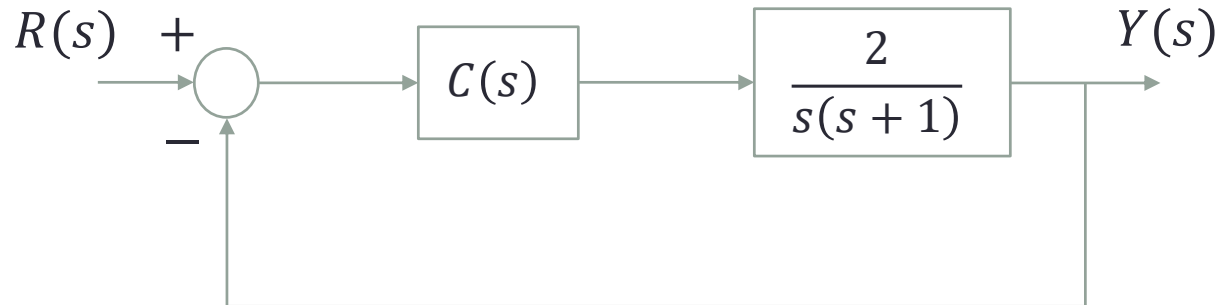
6. Calcule a_c e b_c usando \tilde{k} do **item 3** e fazendo $\omega_m = \omega_{cg}^n$:

$$\tilde{k} = \frac{b_c}{a_c} \quad \omega_{cg}^n = \sqrt{a_c b_c}$$

IX.3. Problemas

IX.3.2. Servomecanismo Controlado por um Controlador LAG

Seja o sistema de controle de um servomecanismo de posição angular modelado pelo seguinte diagrama de blocos:



Projete um controlador LAG:

$$C(s) = k_c \frac{s + b_c}{s + a_c}, \quad a_c < b_c$$

para que o sistema mantenha μ_f e μ_g inalterados e aumente K_V em um fator de 10.

IX.3. Problemas

Procedimento:

Modelo da Planta
 $G(s)$

Especificações
 $\kappa_{v,d}$

Controlador

$$C(s) = k_c \frac{s + b_c}{s + a_c}$$

1. Estabeleça o **ganho de altas frequências** do controlador em

$$k_c = 1$$

para que $C(s)$ não altere o ganho de altas frequência da **FTMA compensada**, $C(s)G(s)$.

IX.3. Problemas

2. Calcule o **ganho de baixas frequências** do controlador de forma a cumprir com a especificação $\kappa_{v,d}$:

$$k_{bf} = \frac{\kappa_{v,d}}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)}$$

3. Note que (vide **itens 1 e 2**)

$$\tilde{k} \triangleq \frac{b_c}{a_c} = k_{bf}$$

4. Faça

$$b_c < \omega_{cg}/10$$

onde ω_{cg} é a **frequência de cruzamento de ganho** de $G(s)$.

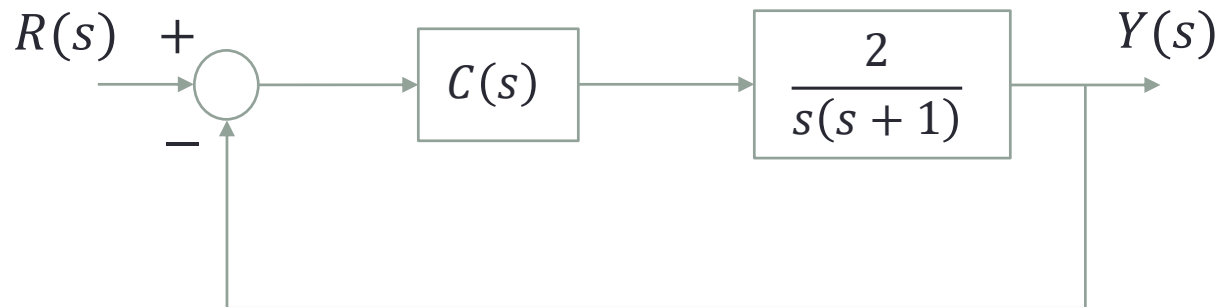
IX.3. Problemas

5. Calcule a_c usando \tilde{k} obtido no **item 3** e b_c obtido no **item 4**.

IX.3. Problemas

IX.3.3. Servomecanismo Controlado por um LEAD-LAG

Seja o sistema de controle de um servomecanismo de posição angular modelado pelo seguinte diagrama de blocos:



Projete um controlador **LEAD-LAG**:

$$C(s) = k_c \frac{s + b_c}{s + a_c} \frac{s + \bar{b}_c}{s + \bar{a}_c}, \quad \bar{a}_c < \bar{b}_c, b_c < a_c, \bar{b}_c < b_c,$$

para que o sistema satisfaça as especificações $\mu_{f,d} = 60^\circ$ e $\kappa_{v,d} = 200$.

IX.3. Problemas

Procedimento:

Modelo da Planta
 $G(s)$

Especificações
 $\kappa_{v,d}$

Controlador

$$C(s) = k_c \frac{s + b_c}{s + a_c} \frac{s + \bar{b}_c}{s + \bar{a}_c}$$

1. Obtenha k_c , a_c e b_c usando o procedimento da **Seção IX.3.1 (LEAD)**.
2. Obtenha \bar{a}_c e \bar{b}_c usando o procedimento da **Seção IX.3.2 (LAG)**.

Obrigado pela presença
e atenção!