



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA-AERONÁUTICA

MPS-43: SISTEMAS DE CONTROLE

III. MODELAGEM DE SISTEMA DINÂMICOS

Prof. Davi Antônio dos Santos (davists@ita.br)

Departamento de Mecatrônica

<http://www.professordavisantos.com> — [courses/MPS-43](#)

Agosto/2022
São José dos Campos

Sumário

III. MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

III.1. Introdução

III.2. Problemas

III.2.1. Carrinho

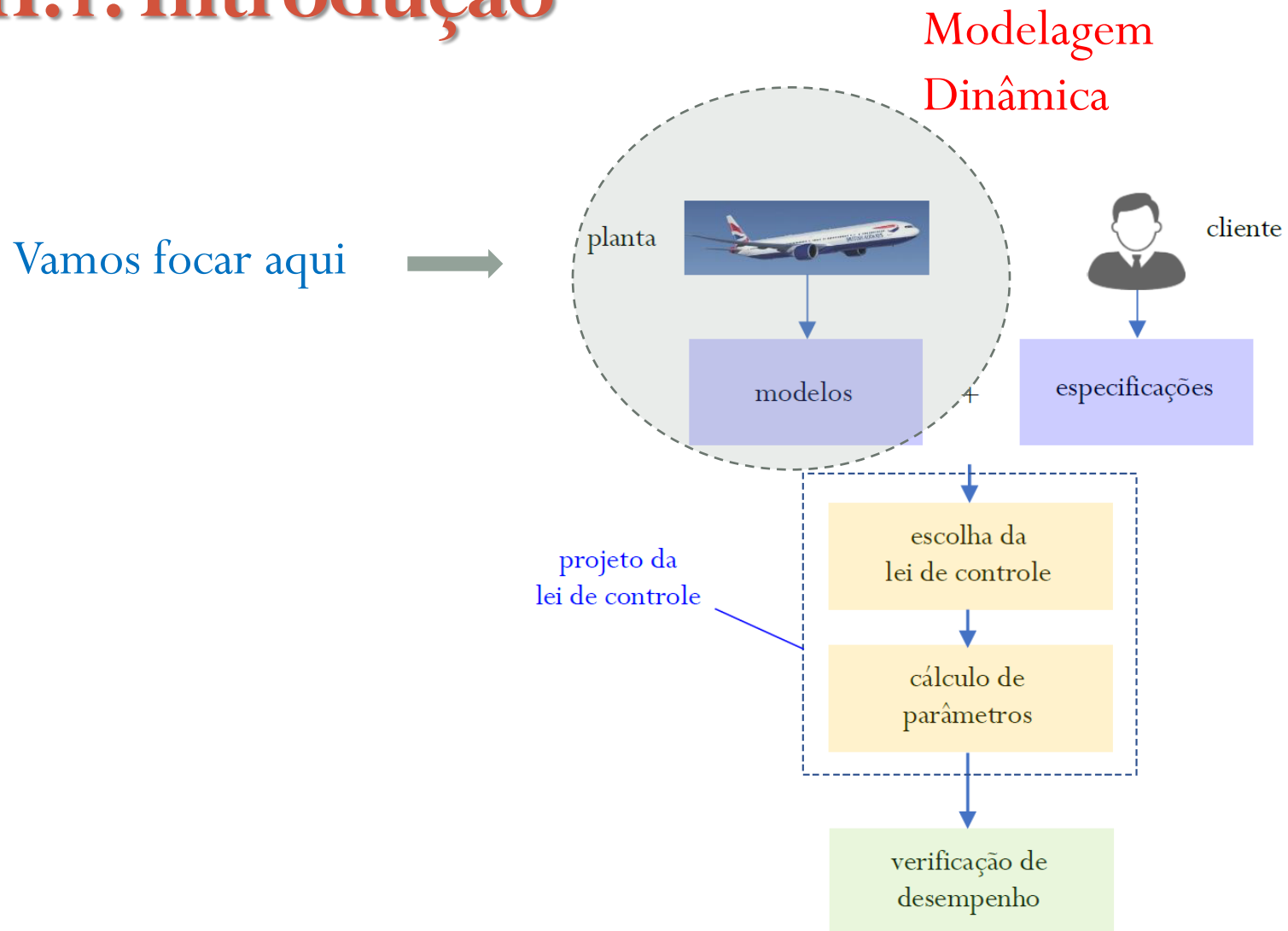
III.2.2. Servomecanismo de Posição Angular

III.2.3. Aeropêndulo

III.2.4. Aerogangorra

Introdução

III.1. Introdução



III.1. Introdução

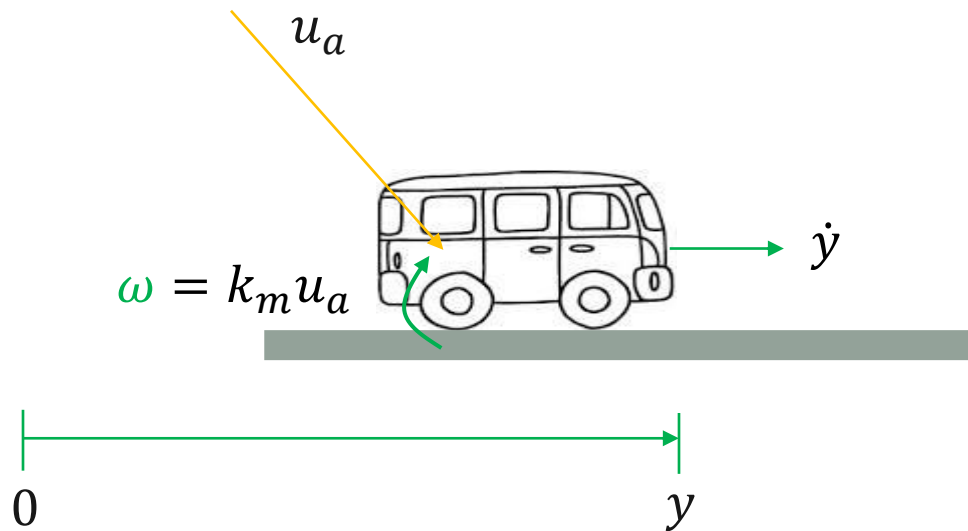
Tipos de modelos que serão adotados no curso:

- Equação de movimento
- Função de Transferência
- Diagrama de Bode, Diagrama de Nyquist e Diagrama de Nichols
- Modelo em Espaço de Estados

A escolha depende do método de projeto adotado

III.2. Problemas

III.2.1. Carrinho



u_a : tensão de armadura (motor)

ω : velocidade angular

y : posição

\dot{y} : velocidade linear

EDO: $\dot{y} = k u_a$

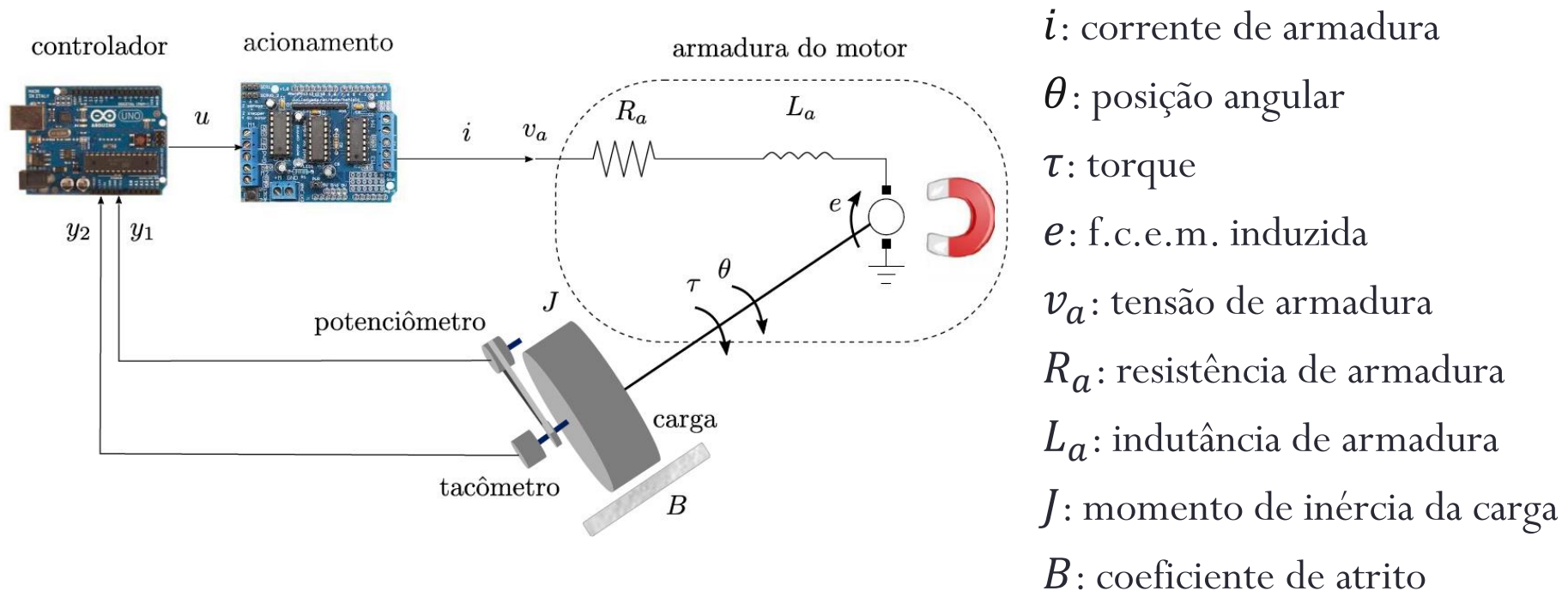
FT: $\frac{Y(s)}{U_a(s)} = \frac{k}{s}$

$k \triangleq r k_m \rightarrow$

como identificar experimentalmente?

III.2. Problemas

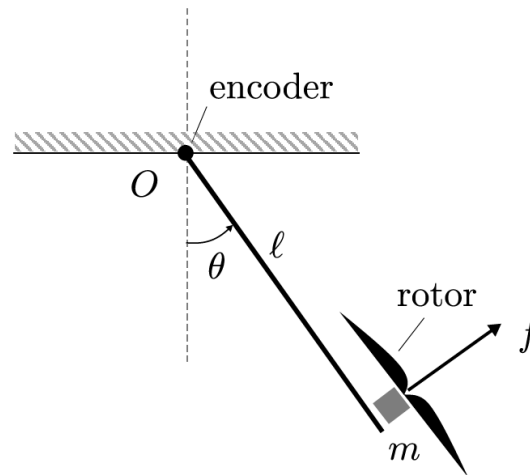
III.2.2. Servomecanismo de Posição Angular



FT:
$$\frac{\Theta(s)}{U(s)} = \frac{k_\tau k_a}{s(L_a J s^2 + (R_a J + L_a B)s + (k_\tau k_e + R_a B))}$$

III.2. Problemas

III.2.3. Aeropêndulo



f : empuxo

ℓ : comprimento da haste

m : massa

θ : posição angular

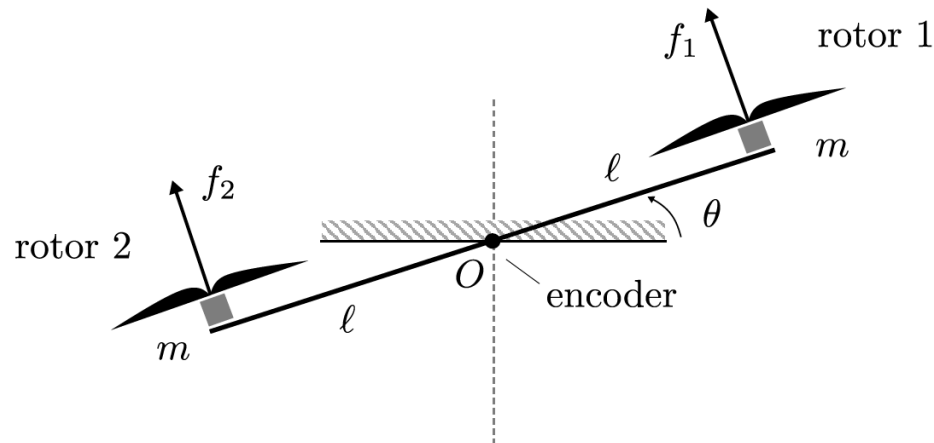
Linearizando em torno de $\bar{\theta}$ cte ...

$$\text{EDO: } \ddot{\theta} + \frac{g}{\ell} \cos(\bar{\theta}) \delta\theta = \frac{1}{m\ell} \delta f$$

$$\text{FT : } \frac{\delta\Theta(s)}{\delta F(s)} = \frac{1/m\ell}{s(s + g \cos(\bar{\theta}) / \ell)}$$

III.2. Problemas

III.2.4. Aerogangorra



f_1 : empuxo do rotor 1

f_2 : empuxo do rotor 2

l : comprimento das hastes

m : massa de cada rotor

θ : posição angular

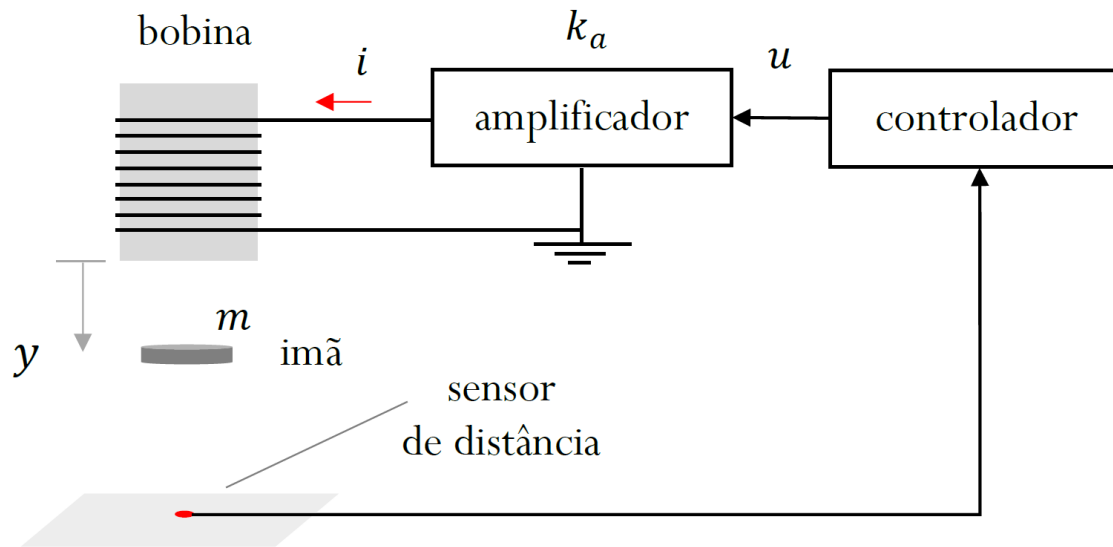
EDO:
$$\ddot{\theta} = \frac{1}{2m\ell} \Delta f$$

FT:
$$\frac{\Theta(s)}{\Delta F(s)} = \frac{1/2m\ell}{s^2}$$

$$\Delta f \triangleq f_1 - f_2$$

III.2. Problemas

III.2.5. Levitador Magnético



y : posição do ímã

i : corrente da bobina

k_a : ganho do amplificador

m : massa do ímã

u : variável manipulada

Força magnética (p/ cima):

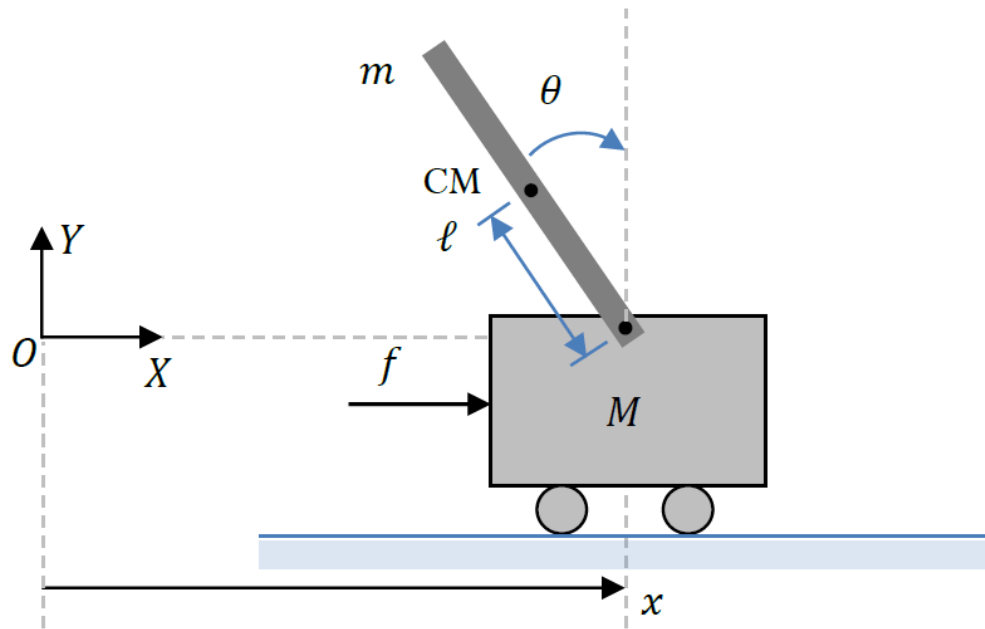
$$f_m = \frac{ki^2}{y^2}$$

EDO: $\ddot{y} = -\bar{k} \frac{u^2}{y^2} + g$ $\bar{k} \triangleq \frac{kk_a}{m}$

FT em $y = \bar{y}$ cte: $\frac{\delta Y(s)}{\delta U(s)} = \frac{-2\bar{k}\bar{u}/\bar{y}^2}{s^2 - 2k\bar{u}^2/\bar{y}^3}$ $\bar{u} \triangleq \bar{y} \sqrt{\frac{g}{\bar{k}}}$

III.2. Problemas

III.2.6. Pêndulo Invertido



EDO: ?

FT(s): ?

Obrigado pela presença
e atenção!